

## “Razones y proporciones”

La revisión de este tema y el desarrollo de las actividades tienen como intención que utilices el concepto de fracción y lo relaciones con una razón geométrica. A partir de esto, podrás comparar dos razones y con estas obtener una proporción que puede ser directa o inversa; además, las emplearás para solucionar las situaciones propuestas incluyendo el porcentaje como una variación proporcional directa, así que comencemos.

Seguramente has escuchado en anuncios publicitarios frases como:

- “Dos de cada tres personas prefieren este producto”
- “7 de cada 10 personas tienen determinada preferencia política”
- “En un grupo escolar hay tres niñas por cada dos niños”

Esa comparación de cantidades es lo que suele conocerse como razón, y se denota como una fracción o una división:

- $\frac{2}{3}$  personas prefieren este producto.
- $\frac{7}{10}$  personas tienen determinada preferencia política.
- En un grupo escolar hay  $\frac{3niñas}{2niños}$

### Instrucciones

I. Usa un libro de aritmética, recursos en internet o solo tus conocimientos para relacionar cada concepto con su definición.

Concepto	Definición	Respuesta
a) Porcentaje o tanto por ciento.	Resultado de comparar dos cantidades mediante una división,	
b) Proporción directamente proporcional (proporción directa)	Igualdad o equivalencia entre dos razones geométricas.	
c) Proporción o proporción geométrica	Proporción en la que las dos cantidades aumentan o bien las dos cantidades disminuyen.	
d) Razón o razón geométrica	Proporción en la que si un dato aumenta el otro disminuye en la misma proporción.	
e) Proporción inversamente proporcional (proporción inversa)	Representa una o varias de cien partes iguales.	

Anteriormente comentamos que una razón geométrica es una forma de comparar dos cantidades en términos de fracción o división, por ejemplo: “Tres de cada cuatro bebés se enferman de vías respiratorias en los meses de noviembre a enero”, esto lo podemos representar de la siguiente forma:

$$\frac{3}{4} = 3 : 4 = 3 \div 4$$

En ocasiones tenemos razones geométricas que simplificamos, o bien las comparamos, por mencionar algo, cuando decimos *12 de cada 100 personas prefieren el pastel de tres leches*, numéricamente nos representa *6 de cada 50 personas*, o bien *3 de cada 25*, cuando estas razones las igualamos entonces las llamamos **proporción geométrica**, y se denota de la siguiente forma:

$$\frac{12}{100} = \frac{6}{50}, \text{ o bien,}$$

$$12 : 100 :: 6 : 50$$

Otro ejemplo es cuando vamos al tianguis o al mercado, es común que encontremos mensajes como “*Tres kilos de jitomate por \$15.00*”, este también es un ejemplo de razón, pero si comparamos esta razón con cuántos kilos de jitomate podríamos comprar con \$30.00 o \$45.00 entonces hablamos de una **proporción**, la cual podemos representar de la siguiente forma si le agregamos las respuestas:

$$\frac{3}{15} = \frac{6}{30} = \frac{9}{45}$$

$$3:15::6:30::9:45$$

Retomemos, **una proporción geométrica** es la igualdad de dos razones geométricas, estas se pueden representar de dos formas:

$$\frac{m}{n} = \frac{x}{y}$$

$$m : n :: x : y$$

Y se lee como ***m es a n como x es a y.***

El primero y el cuarto término de una proporción geométrica reciben el nombre de **extremos** y los términos segundo y tercero se denominan **medios**.

$$\begin{array}{ccccc} 1^\circ \text{ término} & \longrightarrow & \frac{m}{n} = \frac{x}{y} & \longleftarrow & 2^\circ \text{ término} \\ 3^\circ \text{ término} & \longrightarrow & n & y & \longleftarrow & 4^\circ \text{ término} \end{array}$$

**II.** A partir de la información que acabamos de revisar, considera la siguiente proporción:  $\frac{5}{3} = \frac{20}{12}$  y da respuesta a las siguientes interrogantes:

- ¿Cuáles son los términos medios?
- ¿Cuáles son los extremos?
- Determina el producto de los medios de la proporción
- Calcula el producto de los extremos de la proporción
- ¿Cómo son el producto de los medios y el producto los extremos de la proporción?

La proporción anterior es un ejemplo de una **variación proporcional directa**, o simplemente una **proporción directa**. Es cuando igualamos dos razones en las que ambas aumentan o disminuyen en cierta proporción a la cual se le conoce como **Constante de proporcionalidad**.

En el ejemplo anterior,  $\frac{5}{3} = \frac{20}{12}$ , la constante de proporcionalidad es 4, dado que es el número por el que se tiene que multiplicar la primera fracción para obtener la segunda,  $\frac{5 \times 4}{3 \times 4} = \frac{20}{12}$

Ahora veamos un ejemplo práctico:

La **distancia** recorrida por un automóvil que se mueve a una velocidad constante es una **variable** pues la distancia recorrida cambia en función del tiempo, sin embargo, la **velocidad** es una **constante**.

**III.** En equipos, identifiquen y escriban por lo menos dos situaciones cotidianas que ejemplifiquen la variable y la constante.

A continuación, te presentamos más ejemplos:

- a) Si un automóvil viaja a una velocidad constante de 60 kilómetros por una hora, esto lo podemos representar como una razón (fracción)  $\frac{\text{kilometros recorridos}}{\text{tiempo}} = \frac{60 \text{ km}}{1 \text{ hora}}$  la forma anterior es una razón, pero cuando decimos que ese mismo automóvil (suponiendo que no hay semáforos, baches, tráfico o cualquier otra situación que impida su recorrido) recorre 60 km en 1 hora, entonces recorre 120 km en 2 horas, 180km en tres horas..., etc., a éste tipo de situaciones se les conoce como: **variación proporcionalmente directa**, y se representa en términos de fracción de la siguiente forma:

$$\frac{60 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{120 \text{ km}}{2 \text{ h}} = 3 \frac{180 \text{ km}}{2 \text{ h}} \dots$$

- b) El pago del trabajo por horas, el tiempo y el salario el trabajador. Por ejemplo, supongamos que a una persona le pagan de la siguiente forma:

Cantidad a pagar	Horas de trabajo
\$1200.00	24 horas de trabajo
\$600.00	12 horas de trabajo
\$200.00	4 horas de trabajo
\$50.00	1

c) El número de cosas y el precio que se paga por ellas.

También existen las magnitudes que son *inversamente proporcionales* si multiplicando una de ellas por un número, la otra queda dividida por el mismo número, y dividiendo una por un número, la otra queda multiplicada por el número.

Por ejemplo:

Son magnitudes inversamente proporcionales:

- i. El número de obreros empleados y el tiempo necesario para hacer una obra.
- ii. El tiempo que se requiere para llenar una alberca con agua y la cantidad de llaves que suministran agua que se deben abrir.
- iii. La velocidad de un móvil con el tiempo empleado para recorrer un espacio.

Para solucionar situaciones de proporciones, es común utilizar un método llamado **regla de tres**. Esta es la operación aritmética que consiste en determinar el cuarto término de una proporción cuando conocemos los otros tres. Se dice que una **regla de tres** es simple cuando en ella interviene únicamente dos magnitudes, y es **compuesta** si intervienen tres o más magnitudes.

Un problema que se resuelva con regla de tres puede resolverse por tres métodos:

- Método de reducción a la unidad
- Método de las proporciones
- Método práctico

Ejemplo:

### *Regla de tres simple directa*

En la gasolinera me cobraron \$272.00 por 20 litros de gasolina, si el tanque de mi automóvil tiene una capacidad de 60 Litros, ¿cuánto debo pagar si quiero llenar el tanque, y por el momento está vacío?

Revisemos el uso de la regla de tres para solucionarlo.

### Método de reducción a la unidad

Si por 20 litros de gasolina pago \$272.00

Por un litro de gasolina debo de pagar  $\frac{272}{20} = 13.6$

Para llenar el tanque de gasolina multiplico  $13.6 \times 60 = 816$

La respuesta es \$816.00

### Método de proporciones

$$\frac{272}{20} = \frac{x}{60}$$
$$\left(\frac{272}{20}\right)(60) = x$$
$$816 = x$$

### Método práctico

Si por 20 litros, la tercera parte del tanque de gasolina, pago \$272.00, por 60 litros (que es el triple de 20) debo de pagar tres veces la cantidad que pagué por 20 litros.

$$3 \times 272.00 = 816.00$$

### Proporción inversa: Regla de tres simple inversa

Revisemos ahora la Regla de tres simple inversa

Ejemplo:

Si cuatro hombres hacen una obra en 12 días. ¿En cuántos días podrían hacer la misma obra 8 hombres?

### Método de reducción a la unidad

Si cuatro hombres tardan 12 días en hacer la obra, un hombre se tardará 48 días, por lo que 8 hombres se deben tardar 6 días.

**Nota:** recuerda que en la proporción inversa si un dato se multiplica, el otro se divide.

### Método de proporciones

$$4(12) = 8x$$

$$48 = 8x$$

$$\frac{48}{8} = x$$

$$6 = x$$

### Método práctico

Si cuatro hombres tardan 12 días, 8 hombres se deben de tardar la mitad de días, por lo que la respuesta es 6 días.

Otra aplicación de las proporciones directas es el **porcentaje** o **tanto por ciento**, se llama así porque representa una o varias de las **cien partes iguales** en que se puede dividir un número, es decir, uno o varios centésimos de un número, su signo es %.

Para solucionarlo se utilizan los mismos procedimientos de una variación proporcional directa o una regla de tres simple.

Ejemplo:

Determina a cuánto equivale el 32% de 70.

**Solución:**

$$32\% \text{ de } 70$$

$$\frac{32}{100} \times 70$$

$$\frac{2240}{100} = 22.4$$





- c) Para elaborar un pastel de zanahoria para 10 personas se necesitan 400 gr de zanahorias. Si se desea hacer un pastel para 25 personas, ¿cuántos kilogramos de zanahorias se necesitarán?



- d) ¿Cuántos kilómetros recorrerá un automóvil con: 0.5, 1, 2, 4 y 7 litros de gasolina respectivamente, si con 3 litros se recorren 21 kilómetros?

- e) Ana cambió 15 dólares y le dieron 183 pesos, ¿cuánto le darán si cambia: 5, 8, 20, 50 y 100 dólares respectivamente? ¿a cuántos pesos equivale un dólar?



- f) Si 15 técnicos realizan el trabajo en 10 días, ¿en cuántos días harán el trabajo 30 técnicos?
- g) En la construcción de una barda, 6 trabajadores se tardan 6 días, ¿cuánto se tardarán 3 y 9 trabajadores?
- h) Un automóvil viaja de Guadalajara a Zacatecas con una velocidad constante de 100 km/h en un tiempo de 4 h. Otro automóvil hizo el mismo recorrido en 5 h, ¿cuál fue la velocidad durante el viaje?
- i) En una granja se tienen 24 caballos y pastura suficiente para alimentarlos durante 12 días. ¿Cuántos caballos se pueden alimentar si se quiere que la pastura alcance para 16 días?